УДК 621.374

УСЛОВИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ И УСТАНОВЛЕНИЯ СИНУСОИДАЛЬНЫХ АВТОКОЛЕБАНИЙ В RC-ГЕНЕРАТОРАХ

Ю.К. Рыбин

Томский политехнический университет
E-mail: policom@policom.raden.epd.tpu.edu.ru

В литературе по электронике при рассмотрении вопросов возбуждения и установления синусоидальных автоколебаний в RC-генераторах допускаются неточности и явно ошибочные утверждения. В частности, условиями возбуждения синусоидальных колебаний называют условия выполнения в схеме баланса амплитуд и баланса фаз. Некорректность этих утверждений обусловлена тем, что в некоторых схемах при выполнении названных условий синусоидальные автоколебания всё-таки не возбуждаются. Предлагается условия возбуждения и установления амплитуды автоколебаний формулировать в терминах нулей характеристического уравнения колебательной системы генератора.

Введение

В теории нелинейных колебаний вопросы возбуждения автоколебаний изучены достаточно подробно [1, 2]. Но, тем не менее, в литературе по радиотехнике и электронике при рассмотрении вопросов возбуждения и установления синусоидальных автоколебаний в RC-генераторах допускаются некорректные (с точки зрения автора) высказывания, неточности и явно ошибочные утверждения, которые приводят к непониманию и недоразумениям. Плохо то, что многие из этих утверждений вошли в учебники и учебные пособия, по которым учатся будущие инженеры. Так, в курсе лекций [3] условиями возбуждения (возникновения) синусоидальных колебаний названы условия выполнения в схеме баланса амплитуд и баланса фаз. Эти же условия в учебном пособии [4] названы условиями самовозбуждения. Напомним, что условие *баланса амплитуд* означает равенство единице петлевого усиления (коэффициента передачи по петле обратной связи), а *условие баланса фаз* – равенство фазового сдвига нулю или $2n\pi$ на частоте генерации. Некорректность этих утверждений обусловлена несколькими причинами.

1. При точном выполнении этих условий колебания имеют постоянную амплитуду и частоту, т.е. они уже существуют. В линейной системе амплитуда колебаний определяется начальными условиями, а в нелинейной – не зависит от начальных условий и определяется нелинейными элементами. Частота колебаний задаётся – параметрами частотно-зависимой цепи.
2. Коэффициент передачи по петле обратной связи можно определить лишь в тех случаях, когда элементы петли (усилитель и частотно-зависимая цепь) сами работоспособны и устойчивы при размыкании петли (на этом внимание не акцентируется, хотя во многих случаях его определить невозможно и само понятие – коэффициент усиления – утрачивает всякий смысл).
3. Анализ некоторых схем показывает, что при выполнении названных условий синусоидальных автоколебаний нет (т.е. эти условия ещё не гарантируют возбуждение и установление синусоидальных колебаний).
4. Точное выполнение баланса амплитуд и баланса фаз без указания зависимости коэффициента передачи по петле от напряжения не гарантирует и стационарного режима.

Если первая причина связана лишь с неточной фразеологией, то вторая, третья и четвёртая имеют принципиальное значение. Ниже показано, что условий *баланса амплитуд* и *баланса фаз* в генераторе для корректного объяснения причин возбуждения и установления стационарного режима автоколебаний в общем случае недостаточно.

Постановка задачи исследований

В работе генератора при формировании периодических колебаний можно выделить несколько режимов:

– возбуждение и нарастание колебаний (переходный режим);
– установление периодических колебаний, их формы, амплитуды и частоты (стационарный режим);
– переключение частоты и амплитуды,
– синхронизация автоколебаний.

Этап возбуждения колебаний возникает при включении напряжения питания и сопровождается возникновением и нарастанием их амплитуды. Этот этап обычно кратковременный и соответствуют *нестационарному (переходному) режиму работы генератора*. После переходного режима устанавливаются периодические колебания, которые соответствуют основному режиму генератора – *режиму стационарных автоколебаний*. В этом режиме генератор работает продолжительное время. Именно для этого режима чаще оговариваются основные параметры генерируемых колебаний. Целью исследований в данной работе являются эти два режима.

Колебательная система генератора выполняется с применением элементов, определяющих частоту колебаний, поддерживающих незатухающие колебания и ограничивающих их амплитуду [1].

[1] Конечно, такое разделение функций условное и годится только для колебательных систем, порождающих синусоидальные колебания.

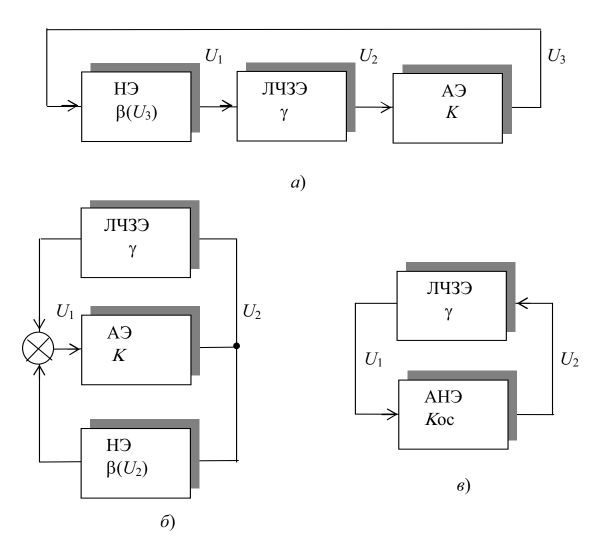


Рис. 1. *Обобщенные блок-схемы колебательных систем генераторов*

Приняв в качестве модели элементов направленные звенья, имеющие вход и выход, и реализовав для упрощения перечисленные функции в отдельных элементах, *линейном частотно-зависимом* (ЛЧЗЭ), *активном элементах* (АЭ) и *нелинейном* (НЭ), из трёх элементов, можно получить две топологически неизоморфные структуры: с последовательным и последовательно-параллельным их включением.

Блок-схемы колебательных систем генераторов, представлены на рис. 1, *а* и 1, *б*. Все три элемента в каждой колебательной системе принципиально необходимы для возбуждения и установления автоколебаний. ЛЧЗЭ определяет частоту колебаний, АЭ – компенсирует потери энергии в элементах, а НЭ – задаёт амплитуду колебаний. Часто функции элементов объединяют, например, функции задания частоты и компенсации потерь объединяют в активном частотно зависимом элементе (АЧЗЭ), или функции компенсации потерь и ограничения амплитуды реализуют в активном нелинейном элементе (АНЭ), поэтому обе структуры несложно свести к одной, например, показанной на рис. 1, *в*, в которой объединены АЭ и НЭ. Каждая из блок-схем представляет автономную (не нуждающуюся во внешнем воздействии) колебательную систему, которая при определённых условиях порождает периодические автоколебания заданной формы, амплитуды и частоты. Условия наличия автоколебаний для этих схем известны в виде уравнений в комплексной форме

$$1=\widehat{E}\cdot\dot{\gamma}\cdot\dot{\beta}(U)=\dot{K}\cdot\dot{\delta}(U)\text{, где }\dot{\delta}(U)=\dot{\gamma}\cdot\dot{\beta}(U) \quad (1)$$

– для схемы на рис.1, *а* или

$$1=(\dot{\beta}(U)+\dot{\gamma})\cdot\dot{K}=\dot{K}\cdot\dot{\delta}(U)\text{, где }\dot{\delta}(U)=\dot{\beta}(U)+\dot{\gamma} \quad (2)$$

– для схемы на рис. 1, *б*, соответственно.

В обоих случаях уравнения распадаются на два других, которые называются уравнениями *баланса амплитуд* и *баланса фаз*:

$$\begin{cases}|\dot{K}|\cdot|\dot{\delta}(U)|=1,\\ \arg(\dot{K}\cdot\dot{\delta}(U))=\varphi_k+\varphi_\delta=0.\end{cases} \quad (3)$$

Первое уравнение, как известно, позволяет определить амплитуду, а второе – частоту автоколебаний в стационарном режиме.

Как уже отмечено выше, уравнения типа (1, 2 и 3) в учебной литературе называют условиями возникновения колебаний, хотя из них не следует никаких условий, указывающих на возникновение колебаний и их нарастание. Они не дают представления ни о форме колебаний, ни о характере их изменения при возникновении и нарастании, ни о том, какими они должны быть на частотах, отличных от частоты генерации. Кроме того, как будет показано ниже, они являются необходимыми, но не достаточными условиями наличия автоколебаний, и справедливы только в тех случаях, когда удаётся определить K, γ и β. Эти уравнения позволяют найти только параметры стационарного режима: его амплитуду и частоту, но при этом не гарантируют его устойчивость. Поэтому далее проводится конструктивная критика этих условий и предлагается определение условий возбуждения колебаний проводить на основе нулей характеристического уравнения колебательной системы.

Обсуждение результатов

Проведём исследование процессов в колебательных системах RC-генераторов на операционных усилителях (ОУ), т.к. при их рассмотрении наиболее часто допускаются ошибки. Автоколебательные системы RC-генераторов на одном усилителе обычно выполняют по структуре, представленной на рис. 1, *б*.

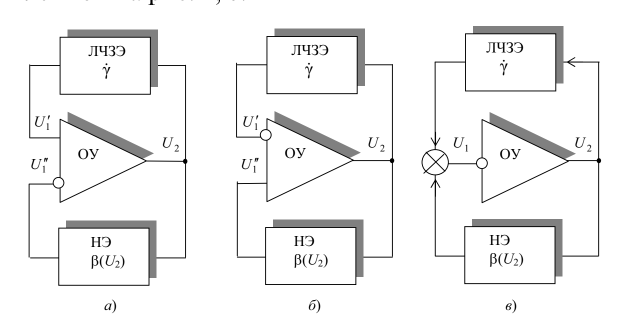


Рис. 2. *Блок-схемы колебательных систем генераторов на ОУ*

На рис. 2 показаны блок-схемы автоколебательных систем с ОУ в качестве активного элемента. Они содержат операционный усилитель, линейную частотно-зависимую цепь с коэффициентом передачи $\dot{\gamma}$ и нелинейную цепь частотно-независимой обратной связи с коэффициентом передачи $\beta(U_2)$, включающую нелинейный элемент (НЭ). Схемы на рис. 2, *а* и 2, *б* отличаются тем, что в них у ОУ использованы оба входа (инвертирующий и неинвертирующий), причём ЛЧЗЭ включен в первой – на неинвертирующий вход, а НЭ – на инвертирующий вход ОУ, а во второй – наоборот. В схеме на рис. 2, в использован ОУ с одним из входов.

Определим условия, при которых в этих схемах имеют место стационарные автоколебания синусоидальной формы методом комплексных амплитуд. Запишем линеаризованные уравнения для схемы на рис. 2, а, предполагая, наличие слабой нелинейности, которую можно в первом приближении не учитывать:

$$\dot{U}_2 = (\dot{U}_1' - \dot{U}_1'') \cdot \dot{K} \text{ и } \dot{U}_1' = \dot{U}_2 \cdot \dot{\gamma},\ \dot{U}_1'' = \dot{U}_2 \cdot \dot{\beta}.$$

Исключая напряжения, получим

$$1 = (\dot{\gamma} - \dot{\beta}) \cdot \dot{K}. \quad (4)$$

Формула (4) отличается от (2) знаком перед $\dot{\beta}$, который появился в результате учёта инверсии сигнала в ОУ.

Для схемы на рис. 2, *б* и рис. 2, *в* получим условия $1 = (\dot{\beta} - \dot{\gamma})\cdot K$ и $1 = (\dot{\beta} + \dot{\gamma})\cdot K$. При значениях коэффициента усиления ОУ $|K| >> 1$, имеем

– $\dot{\gamma} = \dot{\beta}$ – для схем на рис. 2, *а* и 2, *б* или

– $\dot{\gamma} = -\dot{\beta}$ – для схемы на рис. 2. *в*. (5)

Уравнения (5) можно назвать **уравнениями баланса обратных связей** колебательной системы генератора. Из этих уравнений следуют условия:

$$|\dot{\gamma}| = |\dot{\beta}|,\ \varphi_\gamma = \varphi_\beta, \quad (6)$$

$$|\dot{\gamma}| = |\dot{\beta}|,\ \varphi_\gamma = \varphi_\beta \pm \pi.$$

Уравнения (6) устанавливают равенство модулей коэффициентов передач и соотношения фазовых сдвигов цепей γ и β на частоте генерации. Их можно назвать **уравнениями баланса коэффициентов передач и баланса фаз цепей обратных связей**. Они указывают на то, что, на частоте генерации модули коэффициентов передач ЛЧЗЭ и НЭ должны быть равны, а их фазовые сдвиги равны или отличаться на π, т.е. указывают на практическое равенство напряжений на их выходах и близость к нулю их разности. При выполнении условий (6) колебательная система из ЛЧЗЭ, НЭ и ОУ на частоте генерации представляет собой самобалансирующуюся систему. Очевидно, что на других частотах этот баланс должен нарушаться. Отсюда следует, что совместная амплитудно-частотная характеристика ЛЧЗЭ и НЭ должна иметь минимум коэффициента передачи на частоте генерации, т.е. должна быть режекторной.

Вторые равенства (6) для выполнения баланса не ограничивает фазовый сдвиг цепей γ и β никакими значениями. Например, если $\varphi_\gamma = 0$, то и $\varphi_\beta = 0$, если $\varphi_\gamma = \pi$, то и $\varphi_\beta = \pi$. Более того, если, скажем, $\varphi_\gamma = \pi/10$, то и $\varphi_\beta = \pi/10$. Если же пренебречь инерционностью нелинейного элемента, то получаются следующие уравнения:

$$|\dot{\gamma}| = \beta,\ \varphi_\gamma = 0, 2\pi, \ldots \quad (7)$$

$$|\dot{\gamma}| = \beta,\ \varphi_\gamma = \pi, 3\pi, \ldots$$

Величины γ и β легко находятся и теоретически, и экспериментально. Они не связаны с определением коэффициента усиления усилителя, если он неустойчив при размыкании колебательной системы. Их можно применить и к колебательной системе на рис. 2, *а* и к системе на рис. 2, *б*. Дело в том, что применение условий (3) требует знания $K_{ос}$. Но, например, в системе на рис. 2, *б* обратная связь через цепь β положительная, и ОУ с такой связью вне колебательной системы превращается в пороговое устройство типа триггера, т.е. это уже не усилитель, и определить его коэффициент усиления экспериментально невозможно. Размыкание контура обратных связей в другом месте также может быть связано с неустойчивостью или изменением режима работы усилителя. Следовательно, условия (3) к данной системе применить трудно.

Хотя уравнения (5), также как и уравнения баланса амплитуд и баланса фаз, не объясняют возникновение колебаний, не определяют их форму, но они полезны для синтеза схем новых колебательных систем генераторов. Одинаковое изменение левой и правой части равенства позволяет создать новые схемы. Если, например, в правой и левой части уравнения (5) поменять знак, прибавить или вычесть любое число, например, единицу, то получается равенство

$$1 - \dot{\gamma} = 1 = \beta \text{ или } \dot{\gamma}_1 = \beta_1, \quad (8)$$

которому соответствуют условия баланса коэффициентов передач и баланса фаз новой колебательной системы генератора. В ней цепи γ и β претерпели изменения, так, если исходная цепь γ была избирательной (резонансной), то после преобразования цепь γ_1 становится режекторной.

В качестве частотно зависимых применяют различные RC-цепи. На сегодня известно много схем таких цепей, среди которых есть цепи с фазовым сдвигом 0 и π радиан на частоте возможной генерации. *Здесь возникает проблема, которую с помощью метода комплексных амплитуд не разрешить: как включать эти цепи, в контур положительной или отрицательной обратной связи?* Уравнения (5) и (6) не дают однозначный ответ на него.

Проиллюстрируем сказанное на примере известной цепи Вина. На частоте $\omega_0 = 1/RC$ эта цепь имеет фазовый сдвиг, равный нулю градусов, и максимальный коэффициент передачи 1/3. Следовательно, эту цепь надо включать в контур положительной обратной связи.

На рис. 3, *а* приведена принципиальная схема колебательной системы генератора с цепью Вина. Это классическая схема, которая рассматривается практически во всех учебниках по электронике. Цепочки из последовательно соединённых резистора R и конденсатора C (Z_1) и параллельно соединённых резистора R и конденсатора C (Z_2) совместно с резисторами R_1 и R_2 образуют плечи моста, в диагонали которого включен ОУ (АЭ). В колебательной системе в стационарном режиме за счёт обратных связей и большого коэффициента усиления ОУ устанавливается практическое равенство

напряжений $U'_1 = U''_1$, что соответствует известному условию баланса моста, $Z_2 \cdot R_2 = Z_1 \cdot R_1$ которое легко получается из условия баланса обратных связей (5) применительно к данной схеме:

$$\dot{\gamma} = \dot{\beta} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Здесь условие баланса обратных связей находит подтверждение для мостовой схемы. Условие баланса обратных связей (5) будет выполняться и в том случае, если выводы каждой из диагоналей моста поменять местами или на основе теоремы взаимности входы ОУ поменять с его выходами. При таком преобразовании получаются новые схемы колебательных систем генераторов, которые показаны на рис.

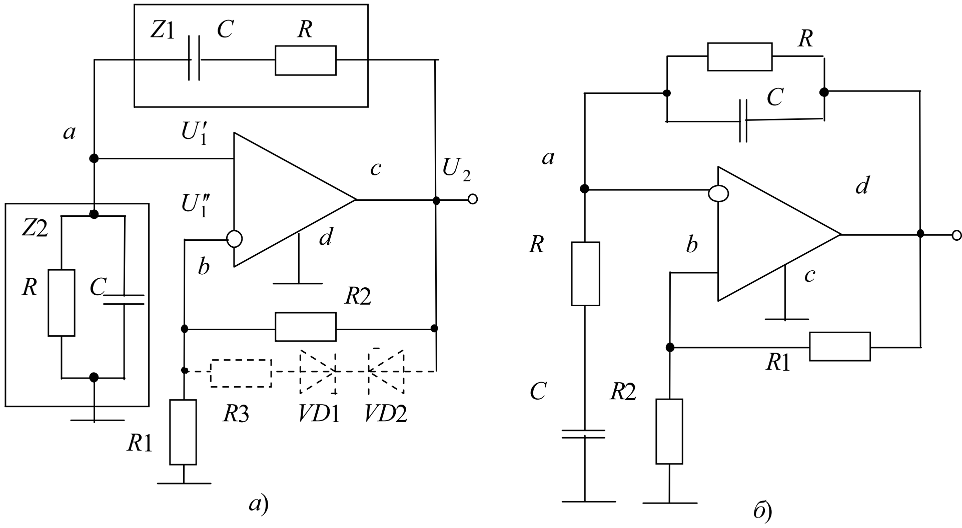


Рис. 3. *Схемы колебательных систем генераторов с обычной мостовой схемой Вина (а) и с перевёрнутой (б)*

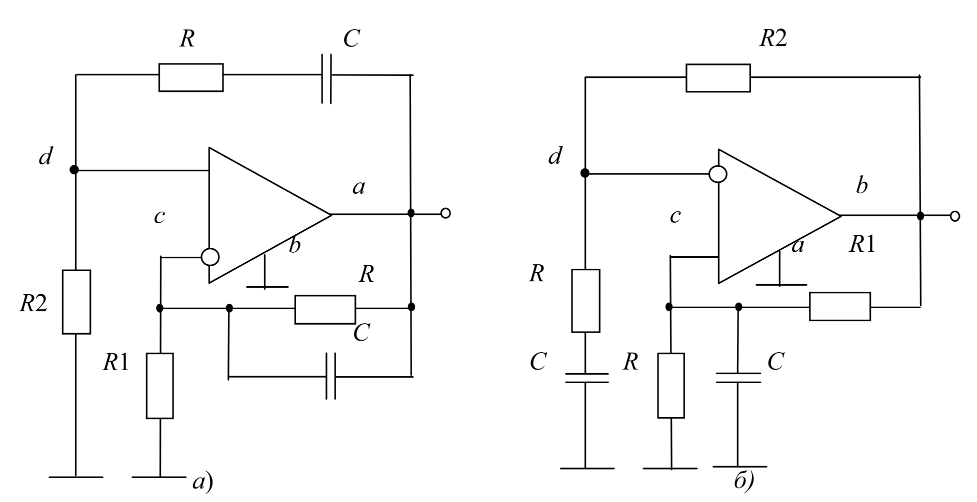


Рис. 4. *Варианты схем колебательных систем генераторов, полученные на основе теоремы взаимности*

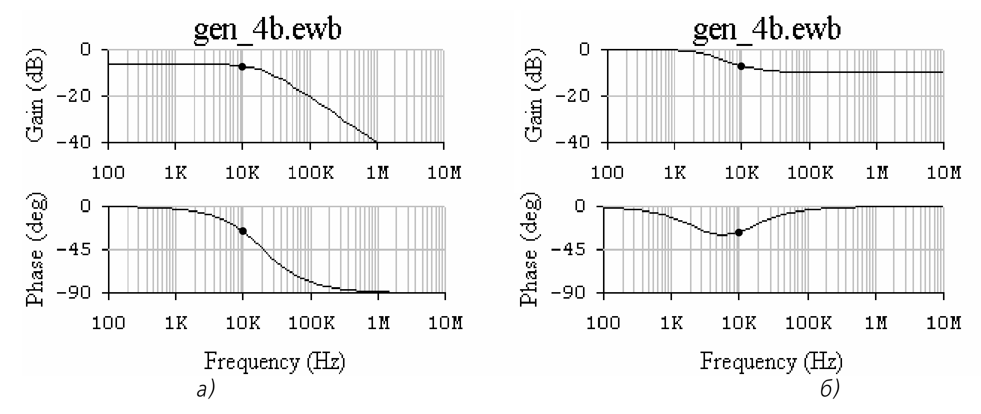


Рис. 5. *АЧХ и ФЧХ цепей обратной связи колебательной системы, показанной на рис. 4, б*

3, *б*; 4, *а* и 4, *б*. В схемах на рис. 4, *а* и 4, *б* – цепь Вина "расчленена" на две цепочки. Именно у таких схем цепи обратных связей могут иметь фазовые сдвиги на частоте генерации, отличающиеся от обычных 0 или π, как и определено равенством (6). Например, на рис. 5 приведены амплитудно-частотные (АЧХ) и фазо-частотные (ФЧХ) цепей обратной связи колебательной системы, показанной на рис. 4, *б*, при R = 1 кОм, C = 16 нФ, R1 = 1 кОм и R2 = 2 кОм, полученные при моделировании с помощью программы *Electronics Workbench 5.12.* Баланс обратных связей здесь имеет место на частоте 10 кГц, при этом модули коэффициентов передач равны 0,446, а фазовые сдвиги –26,5°.

Особо обратим внимание на то, что кроме представленных схем, на основании условий баланса обратных связей возможны их варианты, у которых инверсный и неинверсный входы усилителя меняются местами. Назовём эти схемы *инверсными*. При этом, например, в схеме на рис. 3, *а* цепь Вина будет включена в контур отрицательной обратной связи, а резистивная цепочка – в контур положительной связи. Таким образом, на основе моста Вина и одного обычного ОУ можно создать несколько колебательных систем генераторов.

Моделирование колебательных систем с идеальным ОУ (коэффициент усиления не зависит от частоты) с помощью программ *MathCAD 2001* и *Electronics Workbench 5.12* показывает выполнение во всех схемах условий баланса амплитуд и баланса фаз. Эти же условия сохраняются и при учёте частотных свойств ОУ в виде его одной постоянной времени. Нет необходимости доказывать это для схем представленных на рис. 3 и рис. 4. Это хорошо известно. В подтверждение того, что эти же условия выполняются и для инверсных схем на рис. 6 приведены АЧХ и ФЧХ петлевого усиления схемы инверсной по отношение к схеме на рис. 3, а при идеальном ОУ (рис. 6, *а*) и усилителе LM741 (рис. 6, *б*). Видно, что в обоих случаях условия баланса амплитуд и баланса фаз выполняются на частоте 10 кГц. Тем не менее, практика показывает, что синусоидальные автоколебания в этой схеме невозможны.

Аналогичные выводы можно распространить и на колебательные системы с другими RC-цепями: перекрытой T-RC-цепью, интегро-дифференцирующей цепью, трёхзвенной интегрирующей цепью и др.

Приведённые примеры указывают на ограниченность применения условий баланса амплитуд и баланса фаз для анализа автоколебательной системы генератора. Ответ на вопрос о возможности автоколебаний в той или иной схеме сложно дать только на основе этих условий. Ответить на него позволяет анализ расположения корней характеристического уравнения колебательной системы.

Из теории электрических цепей известно: для того, чтобы в системе возникли колебания синусоидальной формы, необходимо наличие двух комплексно-сопряжённых корней характеристического уравнения системы. Причём, при равенстве нулю их действительной части колебания имеют строго гармоническую форму с постоянной амплитудой. Если действительная часть корней положительная, то амплитуда колебаний нарастает, а если она отрицательная, то амплитуда колебаний уменьшается. Собственно, для возникновения и нарастания колебаний достаточно, чтобы колебательная система имела минимум два комплексно-сопряжённых корня, т.е. была системой второго порядка.

Покажем, что изучение корней даёт однозначный ответ на поставленный вопрос. Определим корни уравнений на примере схем с цепью Вина. Для этого на основе уравнения (4) запишем операторное уравнение для обычной схемы на рис. 3, *а*, в которой цепь Вина включена в контур положительной обратной связи:

$$T(p) = 1 - K\cdot[\gamma(p) - \beta] = 1 - K\cdot\left[\frac{p\tau}{p^2\tau^2 + 3p\tau + 1} - \beta\right]. \qquad (7)$$

Из (7) следует характеристическое уравнение

$$Q_1(p) = p^2\tau^2(1 + K\beta) + p\tau[3 - (K - 3K\beta)] + 1 + K\beta. \qquad (8)$$

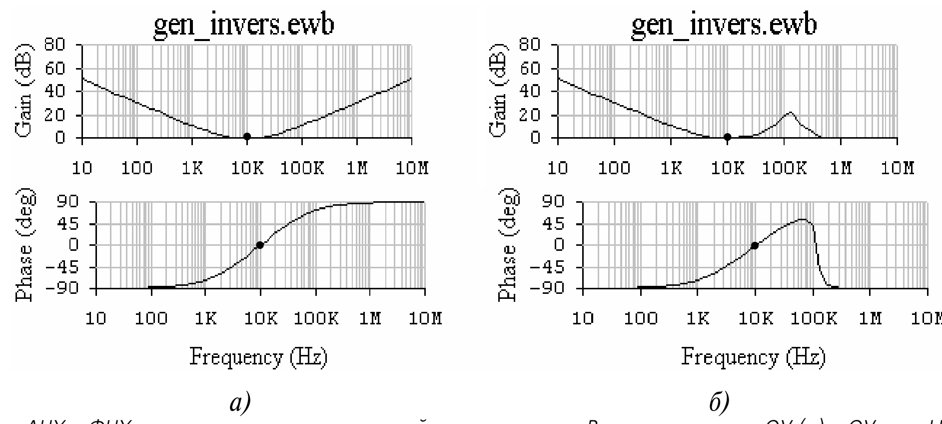


Рис. 6. *Графики АЧХ и ФЧХ петлевого усиления инверсной схемы с мостом Вина с идеальным ОУ (а) и ОУ типа LM741 (б)*

Известно, что уравнение (8) при K>>1 имеет два комплексно-сопряжённых корня $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_1$, а решение имеет вид: $U_1(t) = Um \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi)$, где $\alpha = +(3\beta - 1)/2\beta\tau$, $\omega_1 = \sqrt{\omega^2{}_0 - \alpha^2}$, $\omega_0 = 1/\tau$, U_m – амплитуда колебаний. Здесь α называют декрементом затухания при $\alpha > 0$ и инкрементом при $\alpha < 0$.

В стационарном режиме при $3\beta - 1 = 0$ корни содержат только мнимую часть и колебания имеют строго синусоидальную форму с постоянной амплитудой и частотой $\omega_0 \cong 1/\tau$.

Теперь проведём анализ *инверсной* колебательной системы с цепью Вина, включенной в контур отрицательной обратной связи.

Характеристическое уравнение

$$Q_2(p) = p^2\tau^2(1 - K\beta) + \\ + p\tau[3 + (K - 3K\beta)] + 1 - K\beta \qquad (9)$$

и в этом случае имеет близкие корни $p_{1,2} = -\alpha \mp j\omega_1$, и обе колебательные системы теоретически идентичны.

При наличии зависимости коэффициента усиления ОУ от частоты с учётом только одной его постоянной времени τ_1 характеристическое уравнение $Q(p)$ обычной системы с цепью Вина принимает вид

$$Q(p) = p^3\tau^2\tau_1 + p^2(\tau^2(1 + K\beta) + 3\tau\tau_1) + \\ + p(\tau[3 - (K - 3K\beta)] + \tau_1) + 1 + K\beta.$$

Это уравнение кроме двух комплексно-сопряжённых корней имеет ещё один корень действительный, отрицательный. Колебательный процесс в этой системе содержит две составляющие: синусоидальную и экспоненциальную

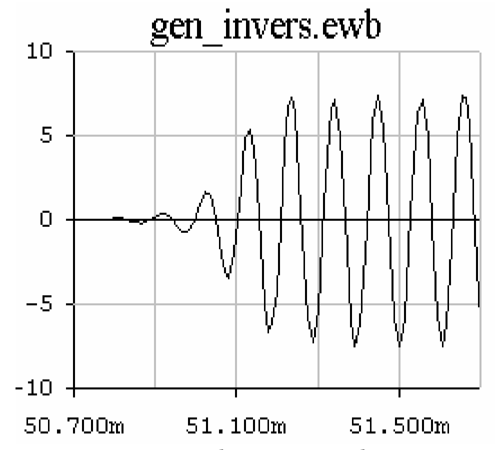
$$U_1(t) = U_m e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi) + U_\lambda e^{-\lambda t}.$$

Здесь экспоненциальный колебательный процесс, обусловленный появлением третьего корня, с течением времени затухает, и в колебательной системе возбуждаются синусоидальные автоколебания. В то же время *инверсная* колебательная система (с включением частотно-зависимой цепи Вина в контур отрицательной обратной связи) при учёте частотной зависимости коэффициента усиления ОУ имеет другое характеристическое уравнение, третий корень которого действительный, положительный. В ней колебательный процесс за счёт этого корня, наоборот, с течением времени нарастает, вводя усилитель в режим насыщения. Такая *инверсная* колебательная система не позволяет получать синусоидальные автоколебания, несмотря на то, что, как показано выше, баланс амплитуд и баланс фаз в ней выполняются. На рис. 7 представлены осциллограммы возбуждения колебаний в *инверсной* колебательной системе с идеальным усилителем (рис. 7, *а*) и ОУ типа LM741 (рис. 7, *б*) и нелинейными элементами, подключенными параллельно резистору R2 (как показано на рис. 3, *а* пунктиром), полученные с помощью программы *Electronics Workbench 5.12.* Видно, что в инверсной схеме с идеальным ОУ (системе второго порядка) колебания нарастают и стационарный режим устанавливается, так же как и в обычной схеме, а в этой же *инверсной* схеме с реальным ОУ с присущей ему зависимостью коэффициента усиления ОУ от частоты усилитель входит в режим ограничения, и синусоидальных колебаний нет.

В других *инверсных* системах (они не показаны на рис. 3 и 4) реальные усилители, также входят в режим ограничения.

Таким образом, выполнение условий баланса амплитуд и баланса фаз, равно как и баланса обратных связей, в схемах с реальными ОУ не гарантирует возбуждение и установление устойчивых периодических автоколебаний синусоидальной формы. Эти условия являются лишь необходимыми, но недостаточными.

Разумеется, проведённый анализ можно распространить и на колебательные системы с другими менее известными частотно-зависимыми цепями. В связи с этим, интересно заметить, что при применении в структурах на рис. 2 пассивных RC-цепей третьего порядка характеристическое уравнение с идеальным ОУ уже имеет третий порядок с двумя комплексно сопряжёнными и одним действительным отрицательным корнями. Поэто-



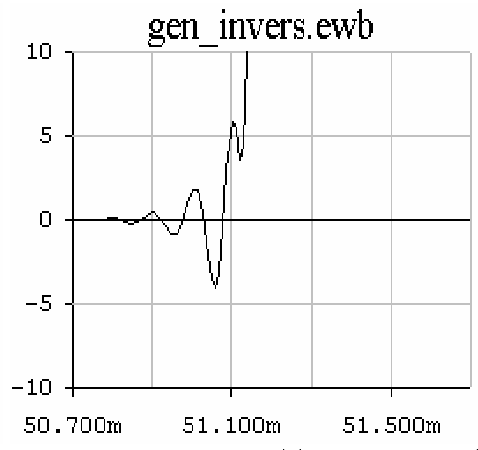


Рис. 7. *Осциллограммы возбуждения колебаний в инверсной схеме с идеальным усилителем (а) и ОУ типа LM741 (б)*

му во всех них (в том числе и *инверсных)* также устанавливаются синусоидальные колебания. Но при учёте реальных частотных свойств ОУ порядок характеристического уравнения возрастает, в нём появляется четвёртый корень. Этот корень в зависимости от схемы включения цепи (*прямой* или *инверсной*) имеет отрицательную или положительную вещественную часть со всеми вытекающими из этого последствиями.

Таким образом, для правильного включения той или иной частотно-зависимой RC-цепи в состав колебательной системы и возбуждения в ней колебаний недостаточно выполнения условий баланса амплитуд и баланса фаз. Необходимо проанализировать расположение нулей характеристического уравнения с учётом инерционности ОУ. Для возбуждения синусоидальных колебаний линеаризованное характеристическое уравнение колебательной системы должно иметь два комплексно-сопряжённых корня с положительной действительной частью, а все остальные корни должны быть с отрицательной действительной частью.

После возбуждения колебания нарастают по амплитуде, стремясь к своему стационарному значению. Всё большее влияние начинает оказывать нелинейный элемент колебательной системы, ограничивая скорость нарастание амплитуды. Это происходит за счёт уменьшения действительной части корней. При достижении амплитудой стационарного значения U_m дальнейший её рост прекращается. Таким образом, для обеспечения стационарного режима необходимо чтобы $Re\ p(U_m) = 0$. Управление расположением корней и осуществляет нелинейный элемент.

Важную роль нелинейный элемент выполняет и для обеспечения устойчивости стационарных автоколебаний. Он изменяет действительную часть корней от нуля в сторону положительных значений, если амплитуду надо увеличить, и в сторону отрицательных значений, если амплитуду надо уменьшить. Таким образом, для обеспечения устойчивости стационарного режима необходимо (но не достаточно) выполнить неравенство $dRe\ p(U_m)/dU < 0$. Это условие является необходимым и достаточным при безынерционных нелинейных элементах. Однако, применение безынерционных нелинейных элементов порождает другую проблему – появление гармонических искажений выходного напряжения. Для их уменьшения применяют инерционные нелинейные элементы или системы автоматической стабилизации амплитуды. В этом случае необходимо проводить дополнительные исследования для определения достаточных условий устойчивости. Этот вопрос выходит за рамки данной работы и здесь не рассматривается.

Итак, все поставленные задачи выполнены. Уточнены условия возбуждения и установления стационарного режима автоколебаний.

В заключении хочется сказать, что сформулированные результаты в той или иной форме встречаются в известной литературе, и автор не претендует на их абсолютную новизну, но собранные вместе, они позволяют грамотно определить и доступно (в рамках известных понятий) объяснить условия возбуждения и установления амплитуды стационарных колебаний в RC-генераторах на ОУ.

Выводы

1. В колебательных системах RC-генераторов выполнение условий баланса амплитуд и баланса фаз не гарантирует ни возбуждение, ни установление амплитуды синусоидальных колебаний.
2. Условия возбуждения синусоидальных колебаний целесообразнее формулировать в терминах нулей характеристического уравнения колебательной системы следующим образом: необходимым условием возбуждения синусоидальных колебаний является наличие в характеристическом уравнении колебательной системы генератора двух комплексно-сопряжённых корней с положительной действительной частью, при этом остальные корни должны иметь отрицательные действительные части.
3. Для установления стационарного режима с амплитудой U_m необходимо, чтобы действительная часть комплексно-сопряжённых корней в стационарном режиме была равна нулю $Re\ p(U_m) = 0$.
4. Для обеспечения устойчивости стационарного режима необходимо (но не достаточно) обеспечить $dRe\ p(U_m)/dU < 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. — 568 с.
2. Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А. Введение в теорию нелинейных колебаний. — М.: Наука, 1976. — 384 с.
3. Прянишников В.А. Электроника. Курс лекций. — СПб.: Корона принт, 1998. — 400 с.
4. Лачин В.И., Савелов Н.С. Электроника. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2001. — 448 с.